

УДК 681.32

І. Албанський

Тернопільський національний економічний університет

ДОСЛІДЖЕННЯ ІНФОРМАТИВНОСТІ АЛГОРИТМІВ ПРОЦЕСОРІВ ОБЧИСЛЕННЯ АВТОКОРЕЛЯЦІЙНИХ ФУНКЦІЙ

Резюме. Представлено результати теоретичних та практичних досліджень інформативності алгоритмів процесорів обчислення автокореляційних функцій. Наведено результати розрахунку інформативності алгоритмів обчислення відомих кореляційних функцій.

Ключові слова: кореляційні функції, інформативність, дискретизація, аналого-цифровий перетворювач (АЦП).

I. Albanskiy

RESEARCH INFORMING PROCESSOR ALGORITHMS CALCULATE AUTOCORRELATION FUNCTIONS

The summary. The results of theoretical and practical research informing processor algorithms calculate autocorrelation functions. The results of calculating the information content algorithm known correlation functions.

Key words: correlation functions, informative sampling, analog-digital converter (ADC).

Постановка проблеми. Алгоритми кореляційного опрацювання сигналів широко використовуються в сучасних телекомунікаційних та комп'ютерних системах. Кореляційні функції використовуються при реалізації цифрової згортки, цифрового приймання та виділення сигналу в умовах дії завад, кореляційного аналізу випадкових процесів та розпізнавання образів.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Розробленням теоретичних засад побудови спецпроцесорів кореляційного опрацювання інформаційних потоків займалися відомі зарубіжні та українські вчені Грибанов Ю.І., Золотухін Г.А., Іщеряков С.М., Николайчук Я.М., Сегін А.І. [1–5]. У роботах [2, 3, 4, 5] розроблена теорія та реалізація кореляційного опрацювання сигналів на основі решітчастих функцій, які формуються на виході аналого-цифрового перетворювача (АЦП) в процесі перетворення аналогових сигналів у цифровий. При цьому, як правило не враховані ефекти, які змінюють інформаційні характеристики цифрових кореляторів у порівнянні з класичними аналоговими кореляційними функціями, що реалізовані у вигляді мультиплікативного інтеграла [6]

$$R_{xx}(\tau) = \frac{1}{T} \int x(t) \cdot x(t + \tau) dt, \quad (1)$$

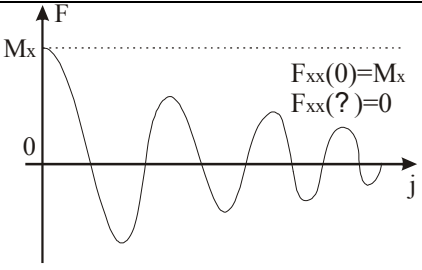
де τ – часовий зсув.

У роботі [7] викладені теоретичні засади розрахунку кореляційних функцій на основі різних дискретних інтегралів (табл. 1).

Постановка завдання. Як бачимо з названої таблиці, існує сім аналітичних виразів для розрахунку кореляційних функцій, в яких використовуються знакові, центровані та нецентровані значення цифрових відліків, а також різні оцінки дискретних інтегралів (мультиплікативний, квадрат різниці, модульна різниця та еквівалентність. Очевидно, що різні алгоритми обчислення відповідних кореляційних функцій будуть характеризуватися різним ступенем інформативності.

Таблиця 1. Аналітика та асимптотика кореляційних функцій.

№	Кореляційна функція	Автокореляційна функція	Асимптотика
1	Знакова	$H_{xx}(j) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \text{sign}(x_i) \cdot \text{sign}(x_{i+j})$	<p> $H_{xx}(0)=1$ $H_{xx}(\infty)=0$ </p>
2	Релейна	$B_{xx}(j) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \cdot \text{sign}(x_{i+j})$	<p> $B_{xx}(0)=M_x$ $B_{xx}(\infty)=0$ </p>
3	Коваріаційна	$K_{xx}(j) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \cdot x_{i+j}$	<p> $K_{xx}(0)=D_x + M_x^2$ $K_{xx}(\infty)=M_x^2$ </p>
4	Кореляційна	$R_{xx}(j) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \cdot x_{i+j}$	<p> $R_{xx}(0)=D_x$ $R_{xx}(\infty)=0$ </p>
5	Структурна	$C_{xx}(j) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - x_{i+j})^2$	<p> $C_{xx}(0)=1$ $C_{xx}(\infty)=0$ </p>
6	Модульна	$G_{xx}(j) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i - x_{i+j} $	<p> $G_{xx}(0)=0$ $G_{xx}(\infty)=M_x$ </p>

№	Кореляційна функція	Автокореляційна функція	Асимптотика
7	Еквівалентності	$F_{xx}(j) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \tilde{Z}_{xx}$	

Метою роботи є дослідження інформативності алгоритмів процесорів обчислення автокореляційних функцій.

Постановка завдання. При розгляді впливу характеристик аналого-цифрових перетворень у процесах роботи цифрових кореляторів їх можна систематизувати таким чином:

1. Виникнення похибки квантування при заокругленні до меншого цілого аналогових процесів згідно з виразом:

$$x(t) = x_i + \delta(t); \quad x_i = \tilde{E} \left[\frac{x(t)}{\delta} \right], \quad (2)$$

де $x(t)$ – аналогова величина; x_i – дискретний відлік у базисі Радемахера; $\delta(t)$ – помилка заокруглення, величина якої в середньому дорівнює половині кроку квантування.

Наприклад, при дискретизації синусоїдального сигналу характеристики такої помилки показано на рис. 1.

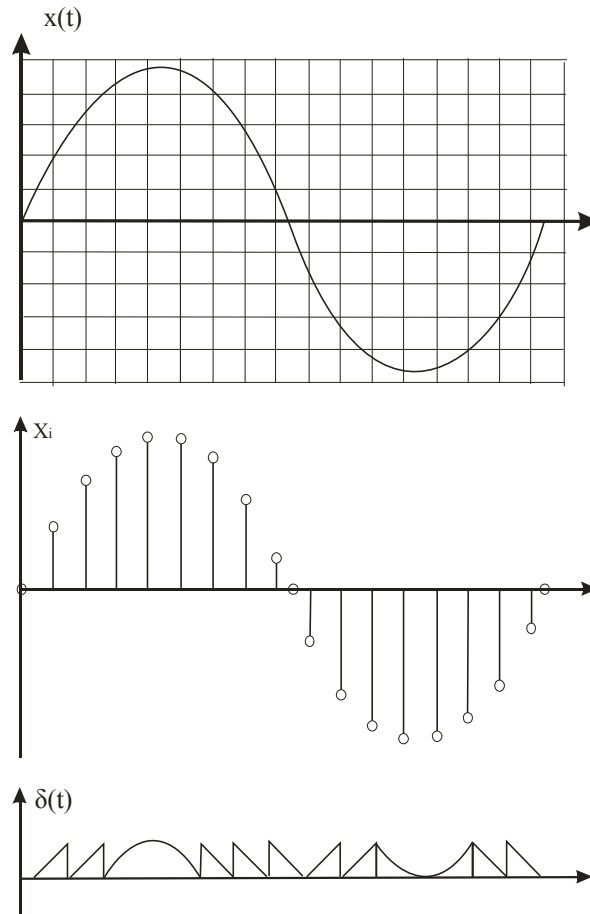


Рисунок 1. Характеристики похибок квантування аналогових процесів

2. Ефект впливу кроку дискретизації на результати аналого-цифрового перетворення сигналу, частота якого перевищує частоту дискретизації $\Delta t = \text{const}$ (рис. 2).

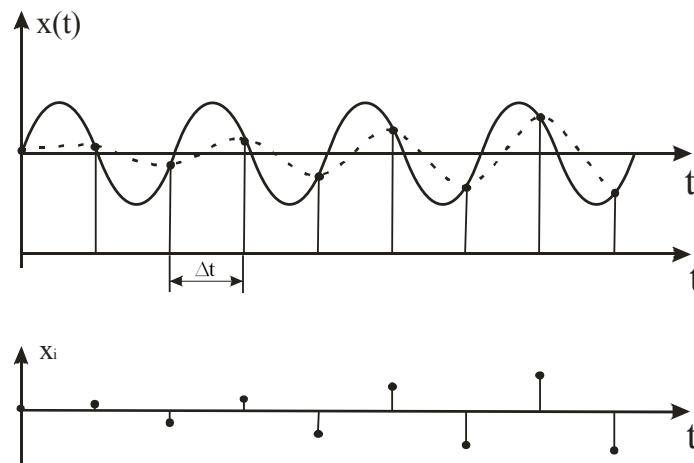


Рисунок 2. Вплив кроку дискретизації на результати аналого-цифрового перетворення

З рис. 2 бачимо, що у випадку, коли крок дискретизації Δt перевищує період найвищої частоти сигналу, виникають хибні низькі частоти, які відсутні в дискретизованому сигналі. Як показано в [8], для ліквідації такого ефекту, який може суттєво впливати на правильність кореляційного аналізу сигналів, необхідно використовувати на вході АЦП фільтр низької частоти, що виключає частоти, вищі за параметри кроку дискретизації.

Оцінювання інформативності цифрових алгоритмів кореляційних функцій.

Наявність нулів у масивах дискретних даних впливає на характеристики інформативності та результат цифрового кореляційного опрацювання дискретних відліків на основі різних алгоритмів обчислення кореляційних функцій. На рис. 3а, 3б показана реалізація нецентрованого випадкового процесу (рис. 3а) та його центрованих значень (рис. 3б) у вигляді решітчастих функцій.

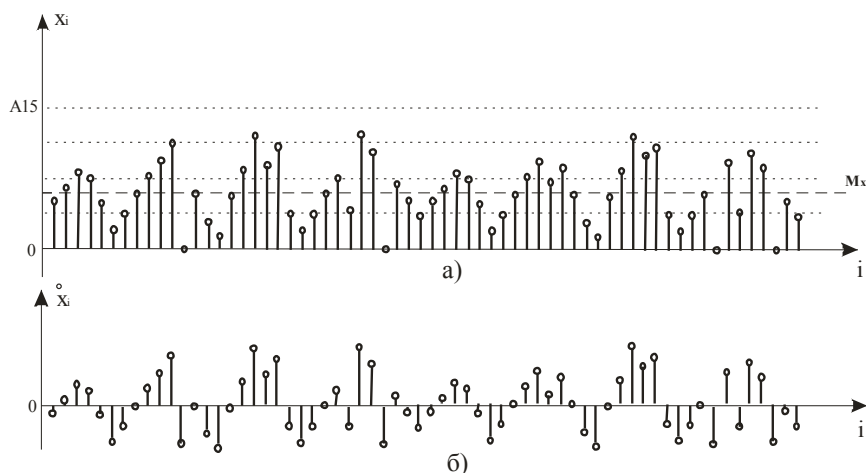


Рисунок 3. Реалізація решітчастої функції випадкового процесу:
а – не центрований випадковий процес; б – центрований випадковий процес;
 $n=64$ – об'єм вибірки; $A=16$ – діапазон квантування; M_x – вибіркове математичне сподівання

З рис. 3б бачимо, що потік центрованих значень $\overset{\circ}{x}_i$ випадкового процесу наближається до нормального закону розподілу, що найчастіше зустрічається в практиці, містить велике число нульових цифрових значень. Даний ефект, який виникає внаслідок аналого-цифрового перетворення вхідних сигналів, найбільш негативно впливає на характеристики інформативності алгоритмів, які реалізують мультиплікативні дискретні інтеграли кореляційних функцій $B_{xx}(j)$, $K_{xx}(j)$, $R_{xx}(j)$. Тому дослідження цих ефектів інформативності кореляційних алгоритмів є актуальним.

Дослідження інформативності алгоритмів обчислення автокореляційних функцій. У роботі систематизовано аналітичні вирази обчислення автокореляційних функцій та структури відповідних спецпроцесорів [9]. Для обґрунтування вибору системних характеристик спецпроцесора кореляційного опрацювання сигналів для різних застосувань необхідне розроблення відповідних критеріїв максимальної швидкодії, мінімальної структурної, апаратної та алгоритмічної складностей. Важливою системною характеристикою таких спецпроцесорів є оцінка їх інформативності, що потребує глибокого теоретичного дослідження.

Алгоритм обчислення знакової кореляційної функції реалізується згідно з виразом [9]:

$$H_{xx}(j) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \text{sign}(\overset{\circ}{x}_i) \times \text{sign}(\overset{\circ}{x}_{i+j}), \quad (3)$$

де $\text{sign} \overset{\circ}{x}_i = \begin{cases} 1, \overset{\circ}{x}_i \geq 0 \\ -1, \overset{\circ}{x}_i < 0 \end{cases}$, $j \in \overline{0, m}$; m – глибина кореляції; j – величина зсуву, $\overset{\circ}{x}_i = x_i - M_x$;

$M_x = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$ – математичне сподівання.

На рис. 4 показана реалізація знакової функції формування $\overset{\circ}{sign} x_i$ на основі решітчастої функції (рис. 3б).

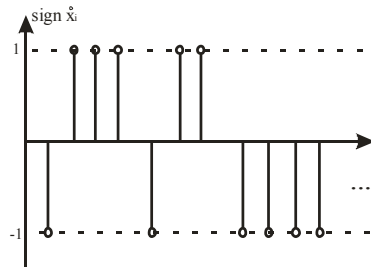


Рисунок 4. Реалізація знакової функції центрованого випадкового процесу

З метою виконання аналізу інформативності дискретних алгоритмів обчислень кореляційних функцій доцільно використати такі оцінки:

1) число нульових елементів у решітчастій функції центрованих або трансформованих значень відліків x_i , які приводять до зниження інформативності

$$N_0[W_{\text{rr}}(j)] \leq 2i, Z_i = 0, i \in \overline{1, n},$$

де $Z_i = (x_i \overset{0}{\vee} x_i \overset{0}{\vee} \text{sign } x_i \overset{\cup}{\vee} \bar{Z}_i)$, $W_{xx}(j)$ – одна з автокореляційних функцій;

2) число елементів у вибірці дорівнює числу i – тих значень не трансформованих або трансформованих цифрових відліків випадкового процесу:

$$N_0 = i, Z_i = 0, i \in \overline{1, n},$$

$$Z_i = (x_i \overset{0}{\vee} x_i \overset{0}{\vee} sign x_i \overset{\cup}{\vee} Z_i),$$

де Z_i – трансформоване значення x_i у виразі кореляційної функції; $\overset{\circ}{x}_i$ – центроване значення випадкового процесу; $\overset{0}{sign} x_i$ – знакова функція центрованих значень; $\overset{\cup}{Z}_i$ – значення „менше з двох” процесів.

Причому:

- число нульових елементів алгоритму обчислення кореляційних функцій різних типів відповідає нерівності $N_{ij} \leq 2i$;

- число трансформованих значень вибірки випадкового процесу $N_T = 2N_0$;

- відносне число нульових і трансформованих елементів в обчисленні кореляційної функції до числа n об'єму вибірки

$$V_0 = \frac{N_0}{n}, \quad V_m = \frac{N_0}{m},$$

$$V_{0T} = \frac{N_T}{n}, \quad V_{mT} = \frac{N_T}{m},$$

звідки інформативність кореляційного процесора можна оцінити за формулами

$$k_i = n(N_0 + N_T),$$

$$k_i^* = 1 - (V_0 + V_T),$$

де k_i – виражає втрату інформативності, зумовлену загальною кількістю нульових елементів в алгоритмі обчислення кореляційної функції при заданому об’ємі вибірки n ; k_i^* – нормований коефіцієнт інформативності інваріантний відносно об’єму вибірки.

В результаті обчислення маємо такий вигляд значень $H_{xx}(j)$ (рис. 5) при $n+m=40$ (а також $n_1+m_1=64$).

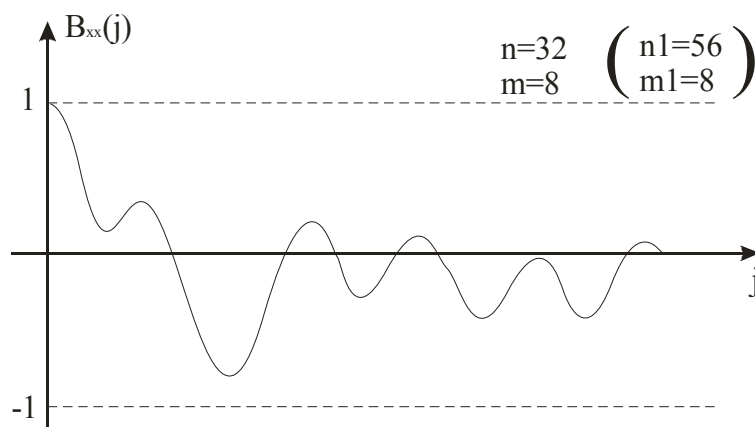


Рисунок 5. Реалізація знакової автокореляційної функції

Даний приклад дозволяє оцінити інформативність знакового алгоритму $H_{xx}(j)$ у вигляді таких оцінок:

$$V_0 = \frac{N_0}{n}, V_0 = \frac{0}{32} = 0(0);$$

$$V_{0t} = \frac{N_t}{n}, V_{0t} = \frac{16}{32} = 0,5(0,3).$$

Інформативність процесора $B_{xx}(j)$ можна оцінити загідно з формулами

$$k_i = n - (N_0 + N_{\partial}), k_i = 32 - (0 + 16) = 16(40),$$

$$k_i^* = 1 - (V_0 + V_{\partial}), k_i^* = 1 - (0 + 0,5) = 0,5(0,7).$$

Таким чином, інформативність процесора $H_{xx}(j)$ зменшується на величину числа трансформації нульових значень x_i .

1. Дослідження інформативності релейної функції, яка обчислюється згідно з виразом

$$B_{xx}(j) = \frac{1}{n} \sum_{i=n}^n x_i^{\circ} \cdot \text{sign}^{\circ} x_i. \quad (4)$$

Аналіз виразу (4) показує, що оцінки нульових і трансформованих значень цифрових відліків такі:

$$N_0[B_{xx}(j)] = 1 \cdot 4,$$

$$N_t[B_{xx}(j)] = 1 \cdot 8.$$

Звідси

$$V_0 = \frac{4}{32} = 0,125(0,07), V_{0t} = \frac{8}{32} = 0,25(0,14).$$

Тоді

$$k_i[B_{xx}(j)] = 32 - (4 + 8) = 20(44), k_i^*[B_{xx}(j)] = 1 - (0,125 + 0,25) = 0,655(0,9).$$

2. Дослідження інформативності коваріаційної функції, яка обчислюється згідно з виразом

$$K_{xx}(j) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \cdot x_{i+j}. \quad (5)$$

Аналіз виразу (5) показує, що оцінки нульових і трансформованих значень цифрових відліків такі:

$$N_0[K_{xx}(j)] = 2 \cdot 4, \\ N_t[K_{xx}(j)] = 0.$$

Звідси

$$V_0 = \frac{8}{32} = 0,25 (0,14), \quad V_{0t} = \frac{0}{32} = 0 (0).$$

Тоді

$$k_i[K_{xx}(j)] = 32 - (8 + 0) = 24 (48), \quad k_i^*[K_{xx}(j)] = 1 - (0,25 + 0) = 0,75 (0,86).$$

3. Дослідження інформативності ненормованої та нормованої кореляційної функції обчислюється згідно з виразами

$$R_{xx}(j) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^0 \cdot x_{i+j}^0, \quad \rho = \frac{R_{xx}(j)}{D_x}. \quad (6)$$

Аналіз виразу (6) показує, що оцінки нульових та трансформованих значень цифрових відліків наступні:

$$N_0[R_{xx}(j)] = 12, \\ N_t[R_{xx}(j)] = 0.$$

Звідси

$$V_0 = \frac{12}{32} = 0,37 (0,21), \quad V_{0t} = \frac{0}{32} = 0 (0).$$

Тоді

$$k_i[R_{xx}(j)] = 32 - (12 + 0) = 20 (44), \quad k_i^*[R_{xx}(j)] = 1 - (0,37 + 0) = 0,62 (0,79).$$

4. Дослідження інформативності структурної функції, яка обчислюється згідно з виразом

$$C_{xx}(j) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - x_{i+j})^2, \quad (7)$$

де N_0 вираховується як середнє число пересічень однакових елементів x_i , яке дорівнює сумі половини їх числа на кожному рівні згідно з формулою:

$$N_0 \sum_{K=0}^A \frac{\tilde{x}_K}{2},$$

де \tilde{x} – еквівалентні елементи.

Аналіз виразу (7) показує, що оцінки нульових і трансформованих значень цифрових відліків такі:

$$N_0[C_{xx}(j)] = 18, \\ N_t[C_{xx}(j)] = 0.$$

Звідси

$$V_0 = \frac{18}{32} = 0,56 (0,32), \quad V_{0t} = \frac{0}{32} = 0 (0).$$

Тоді

$$k_i[C_{xx}(j)] = 32 - (18 - 0) = 14 (38), \quad k_i^*[C_{xx}(j)] = 1 - (0,56 + 0) = 0,43 (0,68).$$

5. Модульна оцінка коефіцієнта структурної функції є аналогічна структурній функції.

6. Дослідження інформативності еквівалентної функції, яка обчислюється згідно з виразами

$$F_{xx}(j) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \tilde{Z}_{xx}, \quad (8)$$

$$\tilde{Z}_{i+j} = \begin{cases} x_i, & x_i \leq x_j \\ x_j, & x_i \geq x_j \end{cases}.$$

Аналіз виразу (8) показує, що оцінки нульових та трансформованих значень цифрових відліків такі

$$N_0[F_{xx}(j)] = 6, \\ N_t[F_{xx}(j)] = 0.$$

Звідси

$$V_0 = \frac{6}{32} = 0,18(0,1), \quad V_{0t} = \frac{0}{32} = 0(0).$$

Тоді

$$k_i[F_{xx}(j)] = 32 - (6 + 0) = 26(50), \quad k_i^*[F_{xx}(j)] = 1 - (0,18 + 0) = 0,81(0,9).$$

На діаграмі рис.6 показані інформативності розглянутих кореляційних функцій.

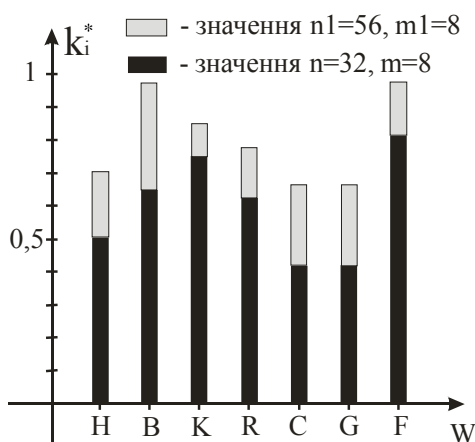


Рисунок 6. Діаграма інформативності різних алгоритмів обчислення кореляційних функцій

Висновки. Наведені результати дослідження показують, що алгоритми обчислення кореляційної функції характеризуються різною інформативністю, що дозволяє встановити сфери їх застосування в якості компонентів комп'ютерних систем і спецпроцесорів спеціалізованих систем. Висока оцінка ефективності алгоритмів обчислення знакової та нормованої кореляційної функції забезпечує їх ефективне застосування для побудови процесорів спектрального аналізу. Висока ефективність кореляційної функції еквівалентності визначає особливу перспективу її застосування в якості кореляційних і спектральних спецпроцесорів, а також цифрових аналізаторів у Хемінговому просторі.

Література

1. Грибачов, Ю.И. Автоматические цифровые корреляторы [Текст] / Ю.И. Грибанов, Г.П. Веселова, В.Н. Андреев. – М.: Энергия, 1971. – 240с.
2. Сегін, А.І. Оцінка впливу старіння інформації на кореляційній моделі багатоканальних об'єктів управління [Текст] / А.І. Сегін // Розвідка і розробка нафтових і газових родовищ. Серія: Технічна кібернетика та електрофікація об'єктів паливно-енергетичного комплексу. – №36. – Т6. – Івано-Франківськ: ІФДТУНГ, 1999. – С. 80–88.
3. Kenefic, R.J., Barchak, J.E. Exact Detection Performance for Broadband Correlators. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, Mar. 1983, AES-19. – PP.320–322.
4. Николайчук, Я.М. Функции взаимокорреляционной связи и их применение для вычисления структурной функции. Тезисы докладов II всесоюз. конф. "Технические средства для диагностики заболеваний СССР" [Текст] / Я.М. Николайчук. – Москва. – 1987.
5. Іщеряков, С.М. Взаємкореляційні властивості ансамблів багаторівневих М-послідовностей [Текст] / С.М. Іщеряков, Т.П. Каюк // Вісник Житомирського інженерно-технологічного інституту. – Житомир.- 1998.- №7.- С 8.
6. Вентцель, Е.С. Теория вероятностей [Текст] / Е.С. Вентцель. – М.: Наука, 1969. – 576 с.
7. Николайчук, Я.М. Теорія джерел інформації; вид. друге, виправлене [Текст] / Я.М. Николайчук. – Тернопіль: ТзОВ "Терно-граф", 2010. – 536 с.
8. Белима, А.С. Теоретичні основи централізованого контролю технологічними процесами [Текст] / А.С. Белима, О.Д. Боличевцев, Й.І. Гребень. – К.: Вища школа, 1973. – 242 с.
9. Албанський, І.Б. Дослідження системних характеристик складності кореляційних спецпроцесорів реалізованих у різних ТЧБ. Поступ в науку; збірник наукових праць Бучацького інституту менеджменту і аудиту [Текст] / І.Б. Албанський. – Бучач. – 2010. – №6. – С 67.

Отримано 11.05.2011